

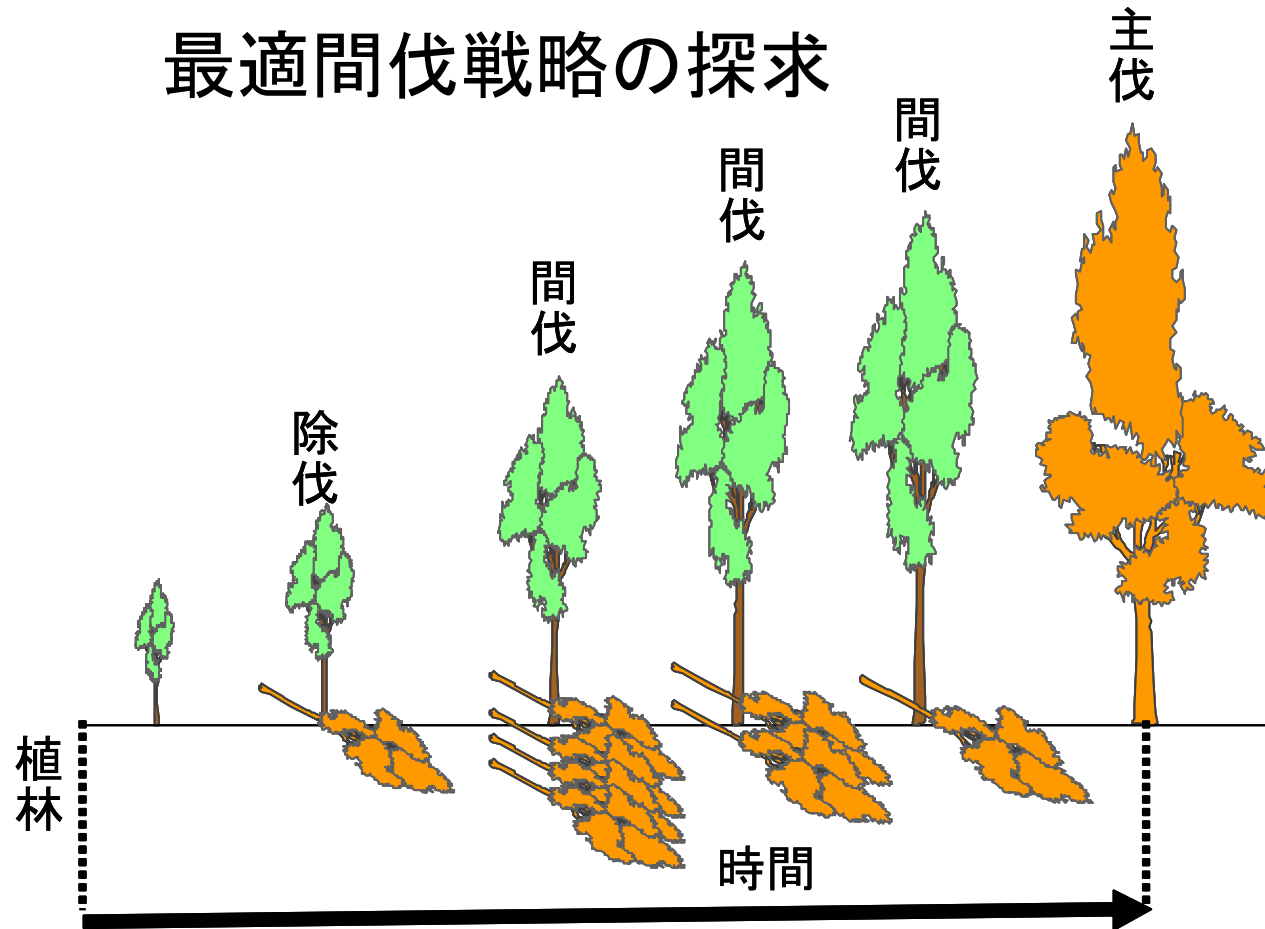
林分レベルの最適化

吉本 敦

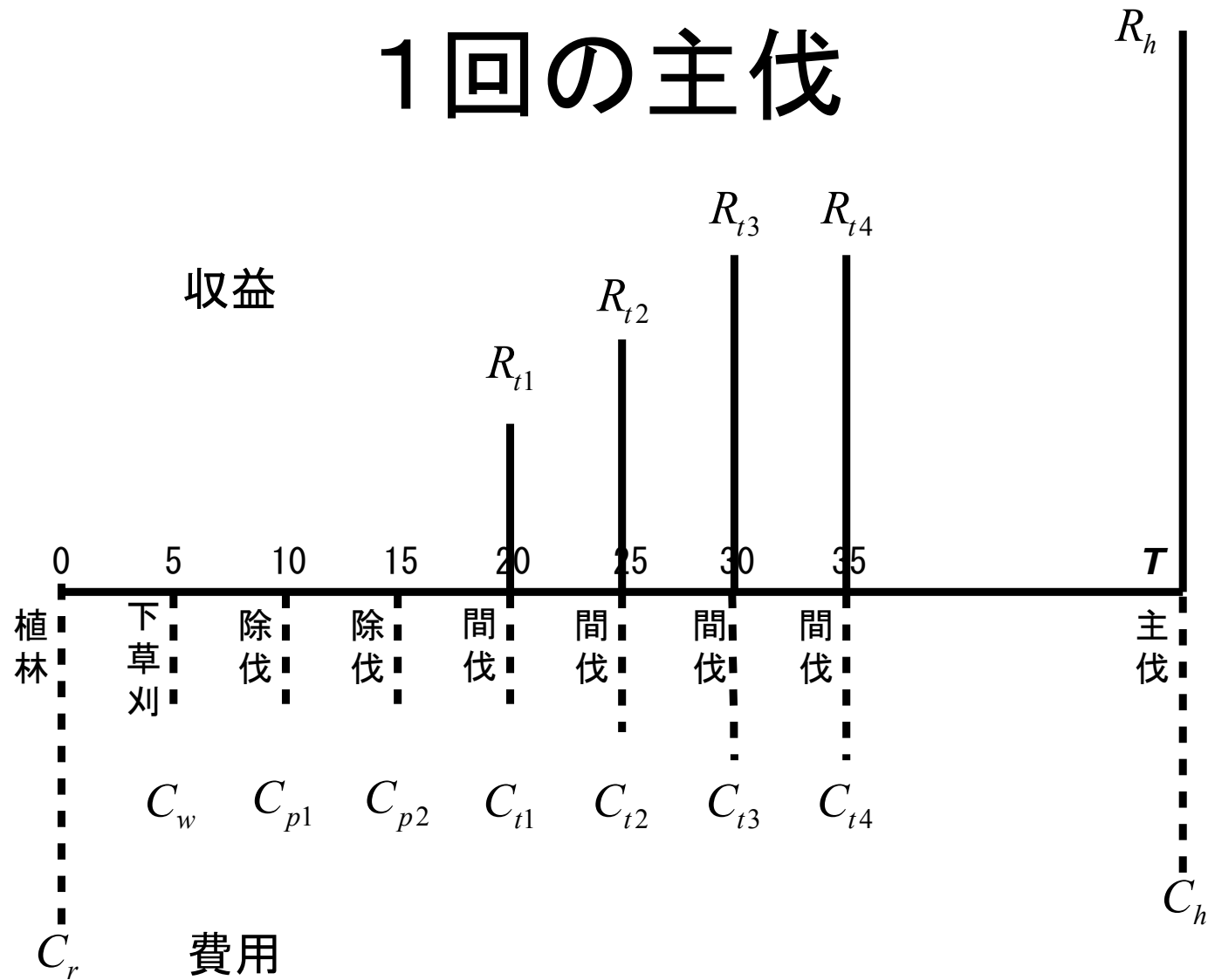
統計数理研究所

林分成長モデルの林分管理への応用

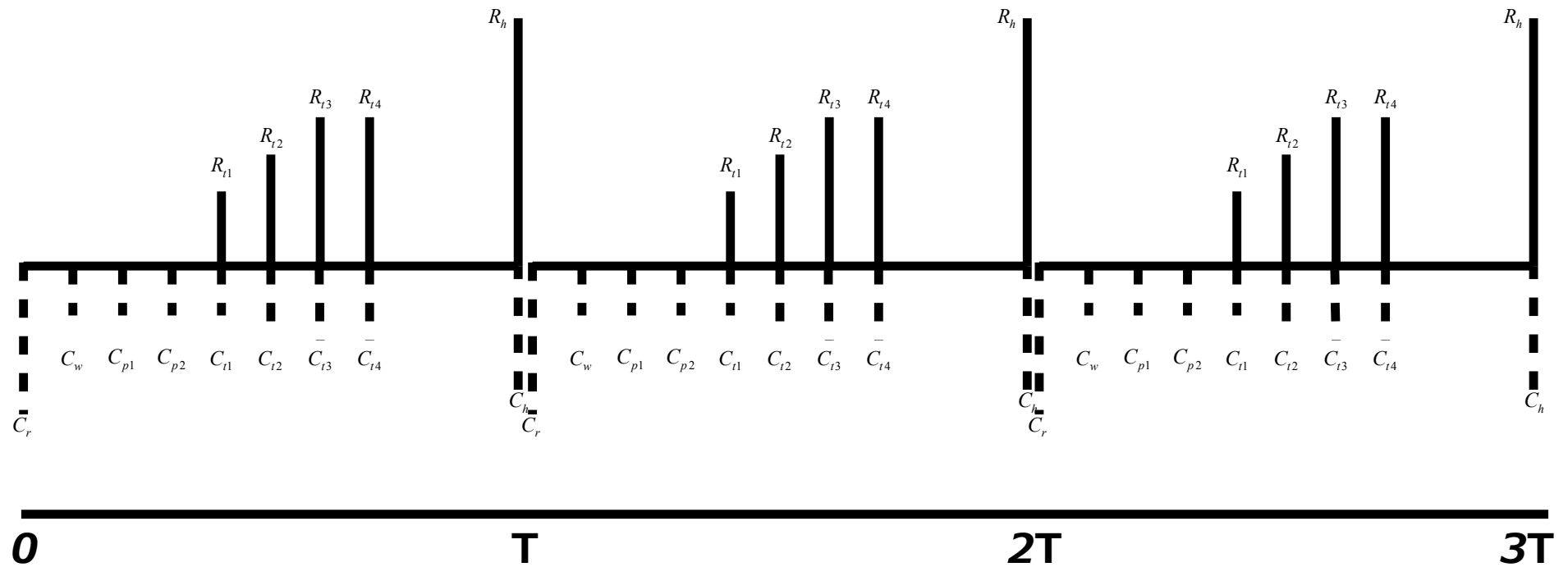
最適間伐戦略の探求



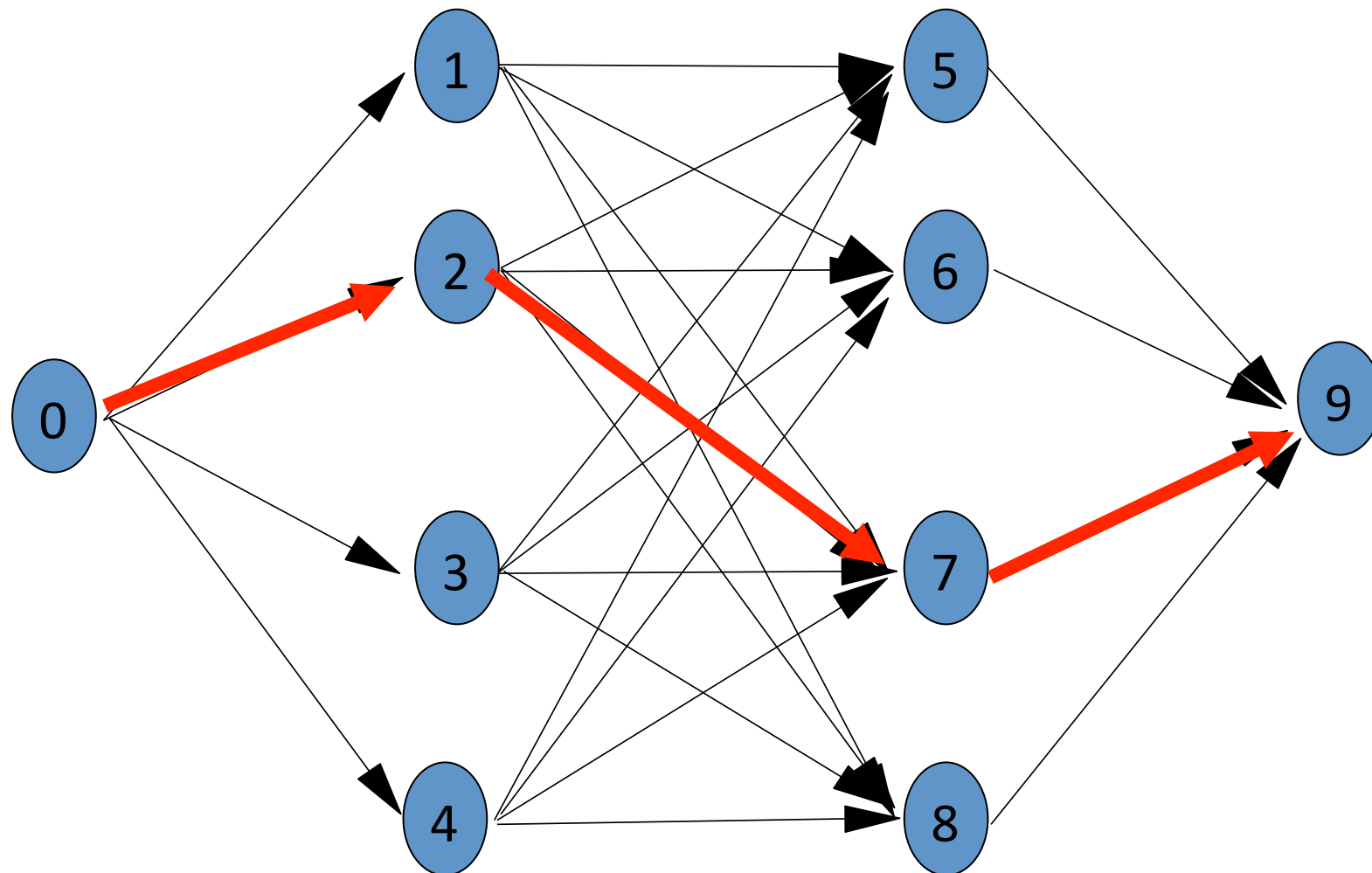
1回の主伐



無限回の主伐(土地期望価)



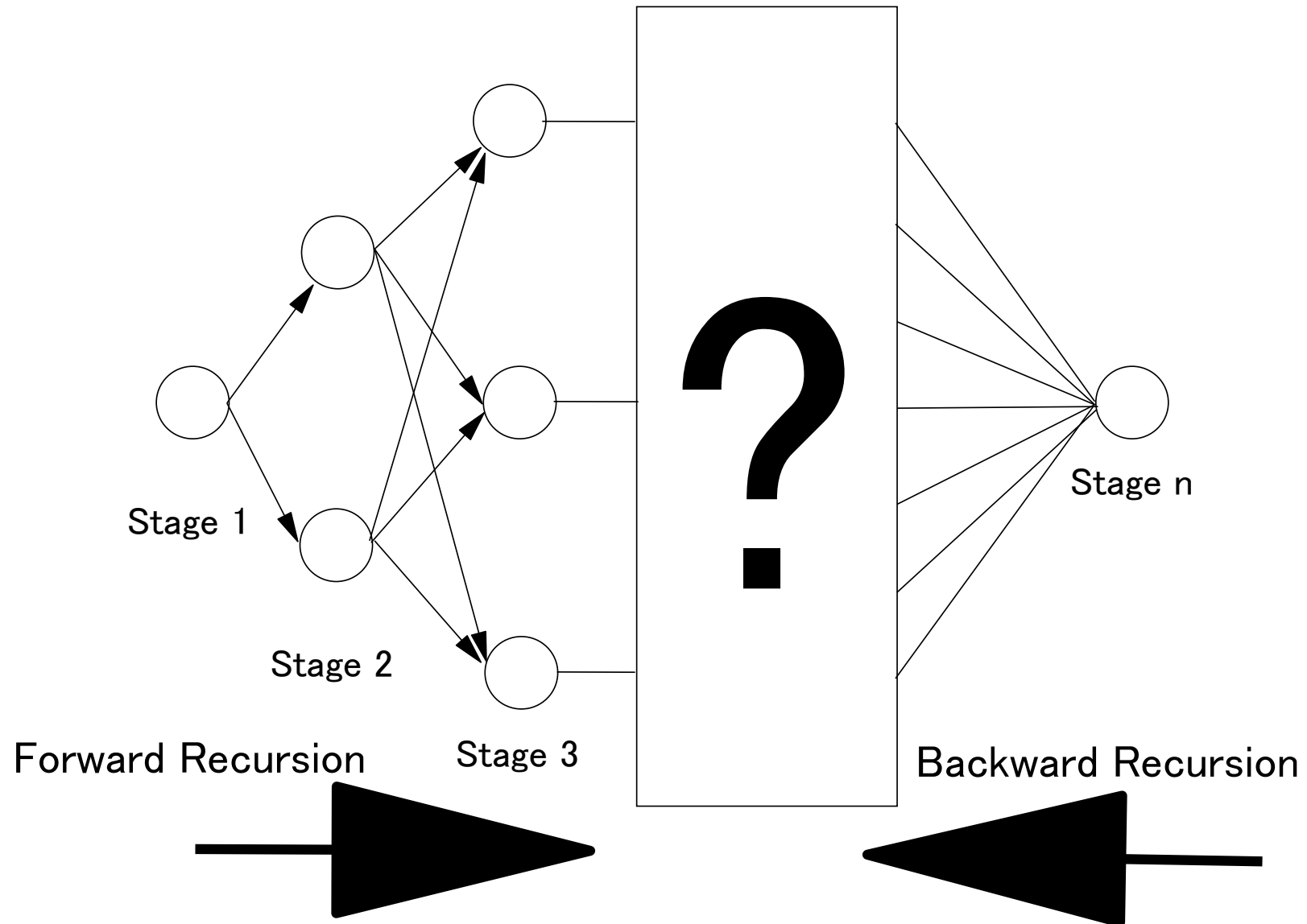
動的計画法の概要



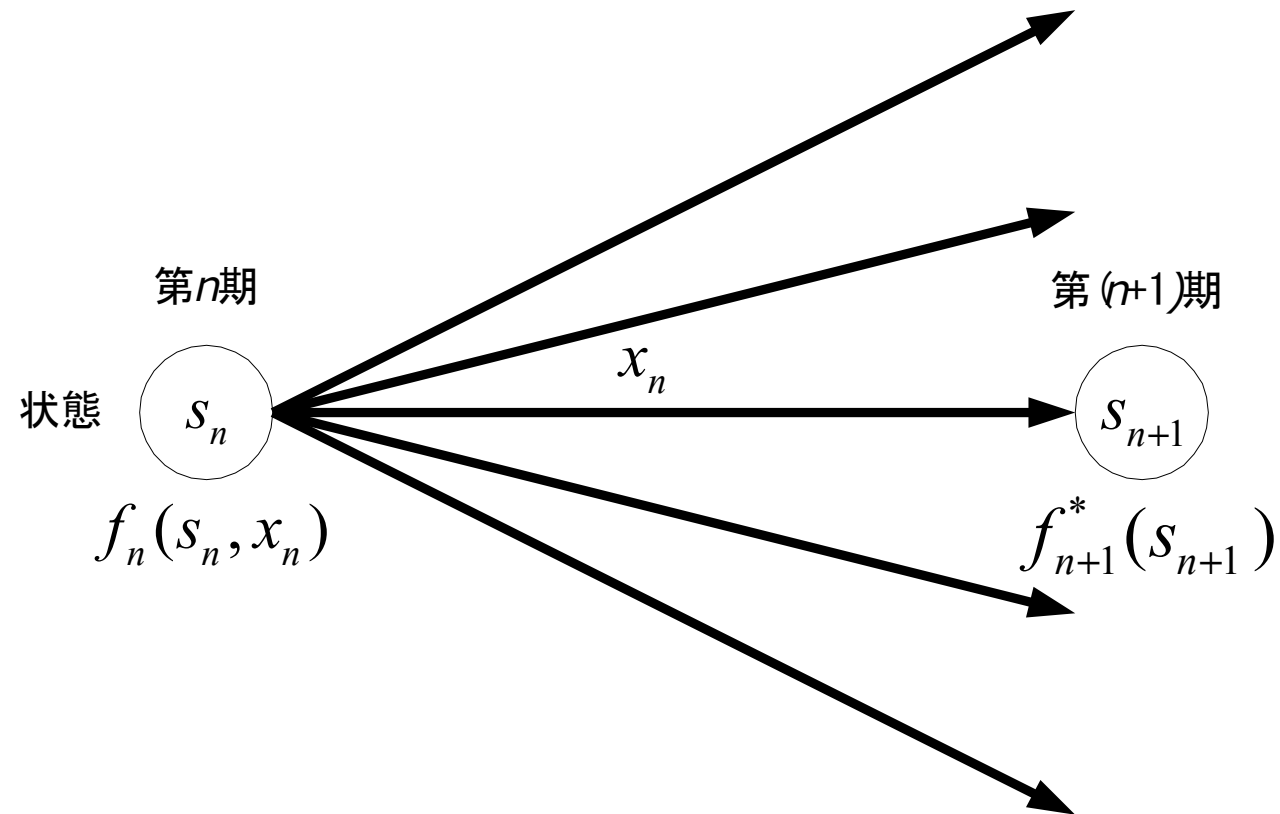
Bellmanの最適化原理

- “An optimal policy has the property that whatever the initial state and initial decision are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision. (訳：最初の状態と決定がどうであっても残りの決定は、最初の決定の結果出てきた状態に関して最適方針となっていないなければならない)

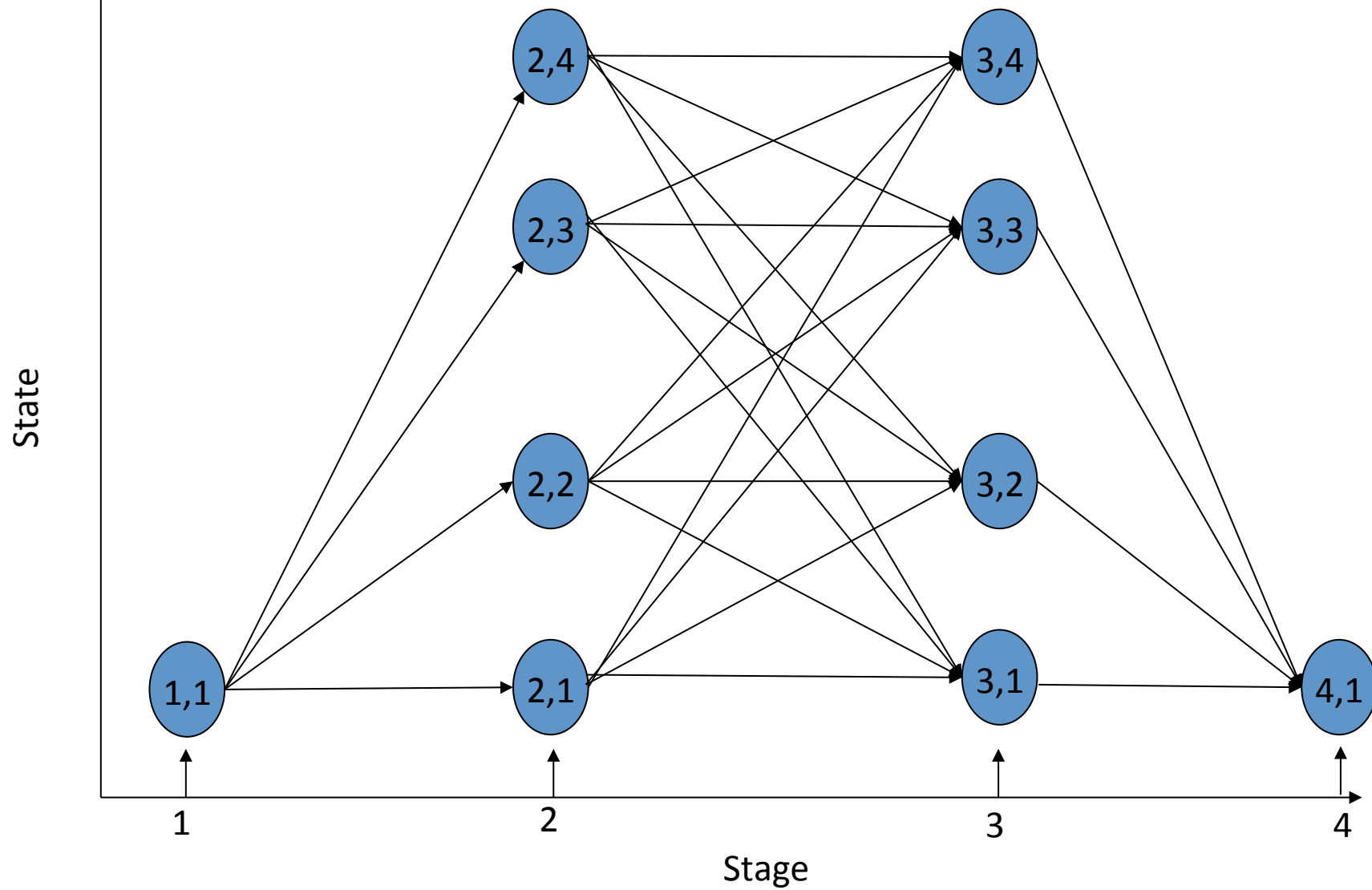
繰り返し演算



DPネットワークの構築



DPネットワーク



DP定式化

- 期間内のアクションによって得られる総収益の最大化

$$f_n^*(s_n) = \max_{\{x_n\}} \{f_n(s_n, x_n)\}$$

$$f_n(s_n, x_n) = c(s_n, x_n) + f_{n+1}^*(x_n)$$

N : 期間

s_n : 状態

x_n : n 期における決定変数

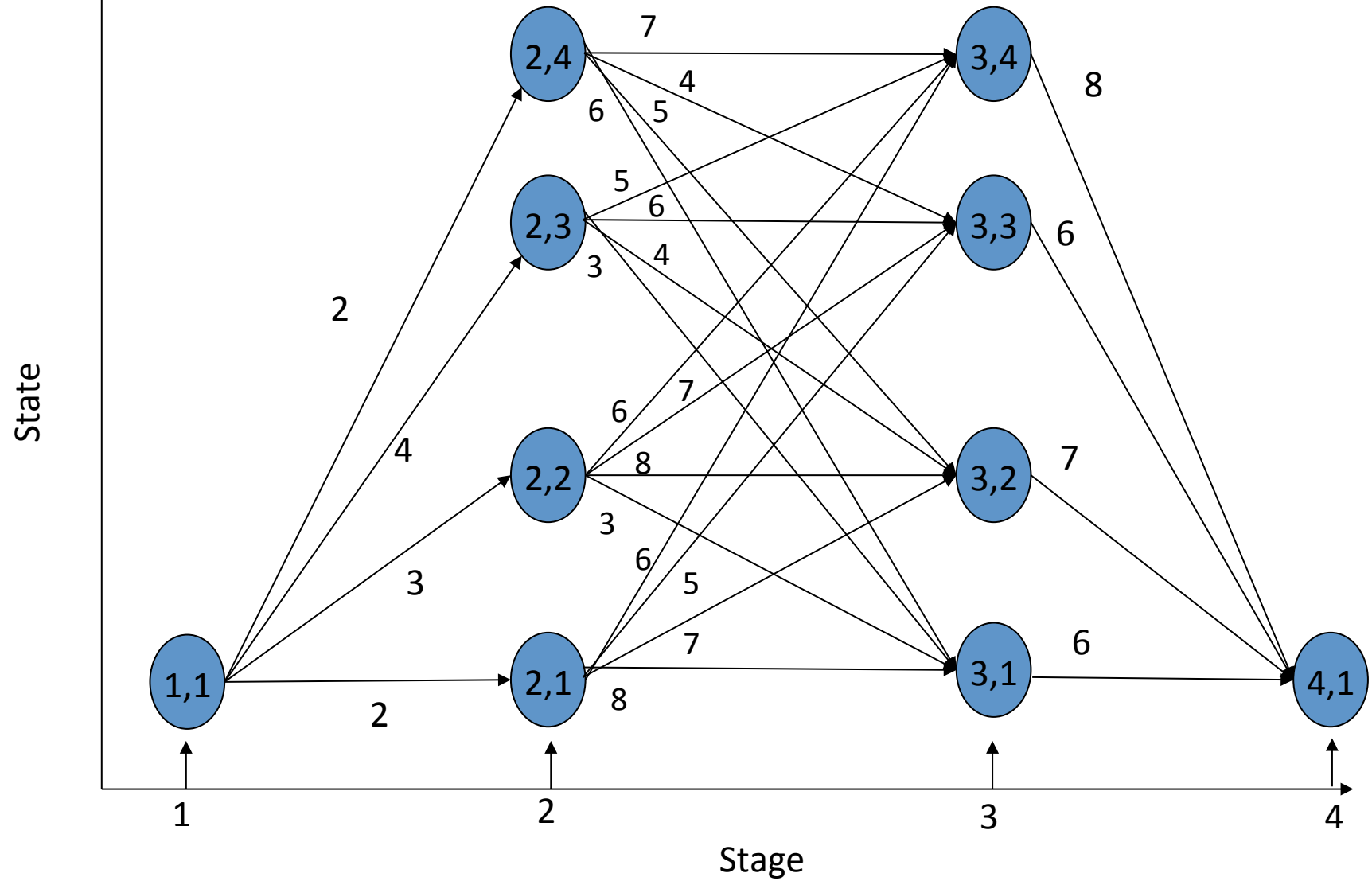
x_n^* : x_n の最適解

$f_n(s_n, x_n)$: 状態 s_n における決定 x_n の貢献

$c(s_n, x_n)$: 状態 s_n において決定 x_n を選択した際の部分目的関数値

$f_n^*(s_n)$: 状態 s_n での最適値

決定からの貢献



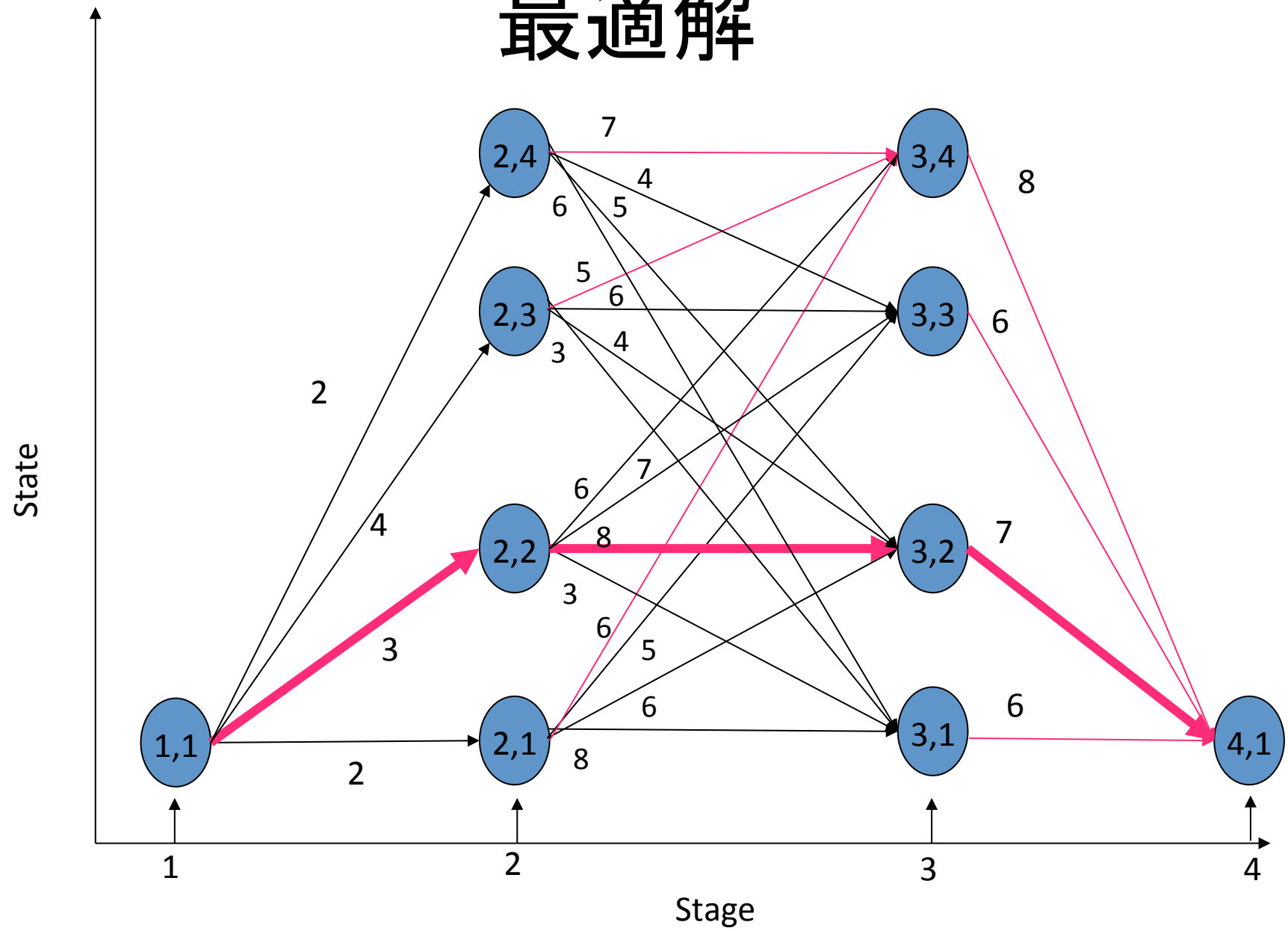
繰り返し演算

$$n = 3, \begin{cases} f_3^*(1) = \max \{f_3(1,1)\} = 6 \\ f_3^*(2) = \max \{f_3(2,1)\} = 7 \\ f_3^*(3) = \max \{f_3(3,1)\} = 6 \\ f_3^*(4) = \max \{f_3(4,1)\} = 8 \end{cases}$$

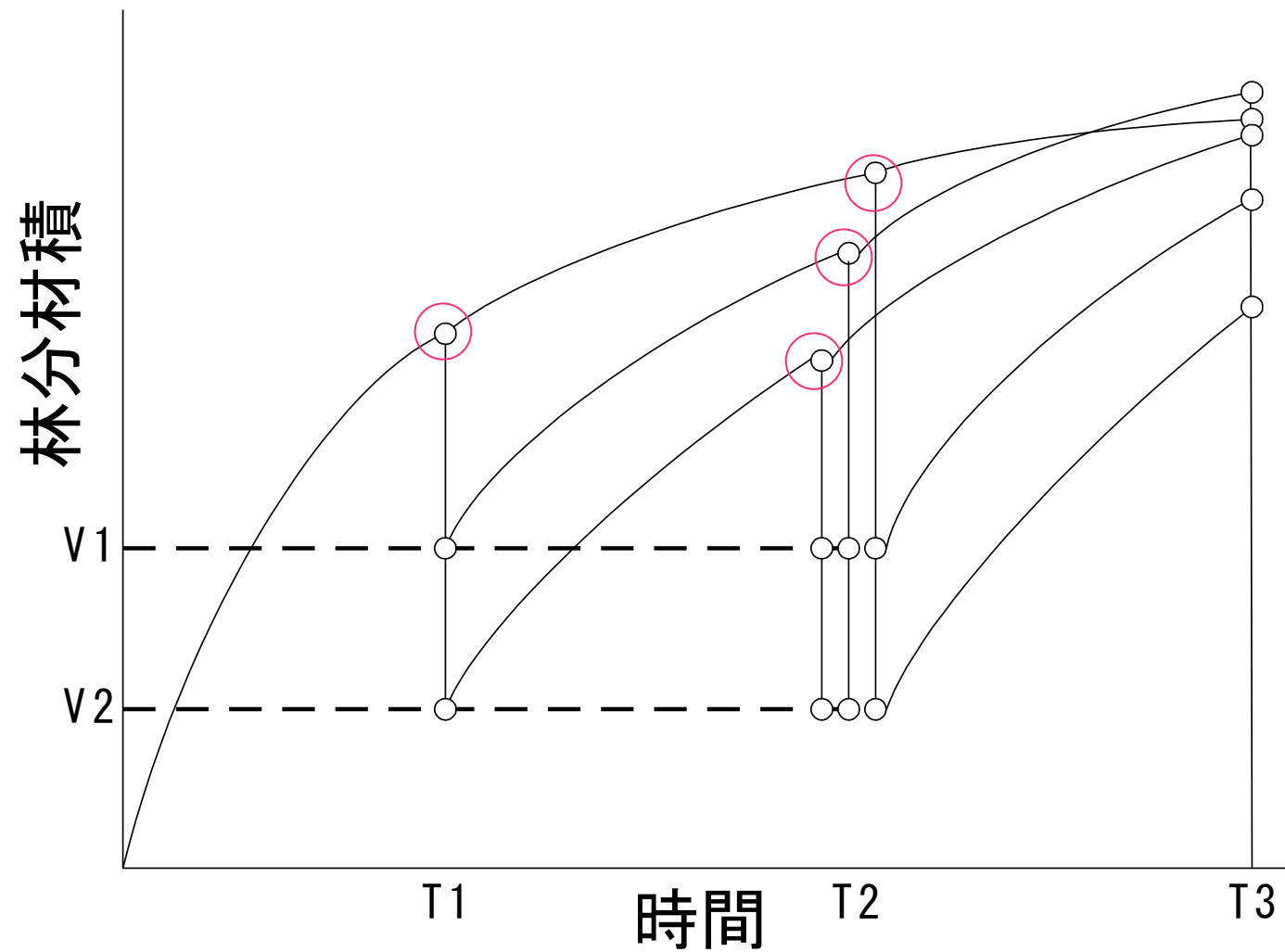
$$n = 2, \begin{cases} f_2^*(1) = \max \{f_2(1,1) + f_3^*(1), f_2(1,2) + f_3^*(2), f_2(1,3) + f_3^*(3), f_2(1,4) + f_3^*(4)\} \\ f_2^*(2) = \max \{f_2(2,1) + f_3^*(1), f_2(2,2) + f_3^*(2), f_2(2,3) + f_3^*(3), f_2(2,4) + f_3^*(4)\} \\ f_2^*(3) = \max \{f_2(3,1) + f_3^*(1), f_2(3,2) + f_3^*(2), f_2(3,3) + f_3^*(3), f_2(3,4) + f_3^*(4)\} \\ f_2^*(4) = \max \{f_2(4,1) + f_3^*(1), f_2(4,2) + f_3^*(2), f_2(4,3) + f_3^*(3), f_2(4,4) + f_3^*(4)\} \end{cases}$$

$$n = 1, f_1^*(1) = \max \{f_1(1,1) + f_2^*(1), f_1(1,2) + f_2^*(2), f_1(1,3) + f_2^*(3), f_1(1,4) + f_2^*(4)\}$$

最適解

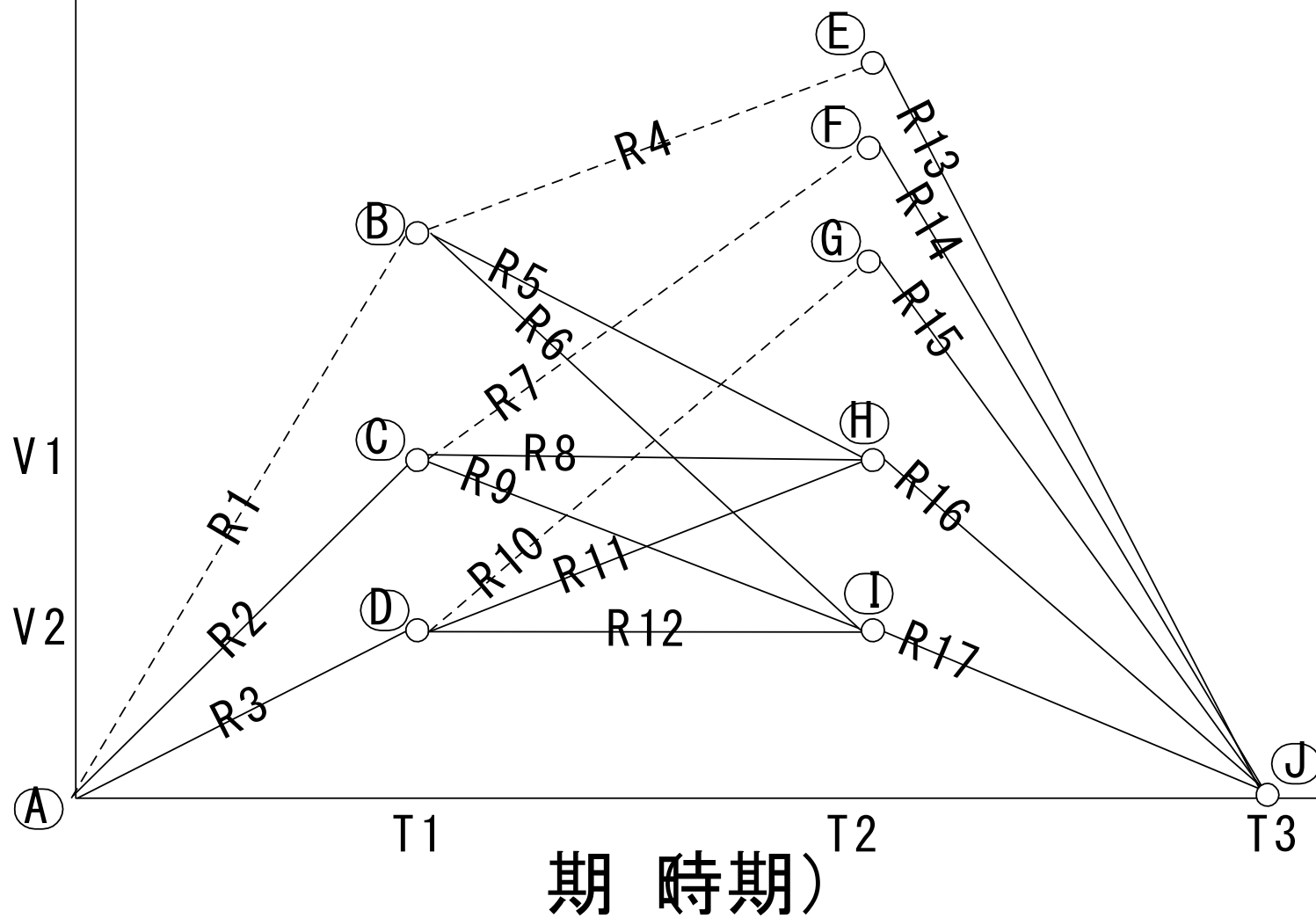


間伐戦略への応用



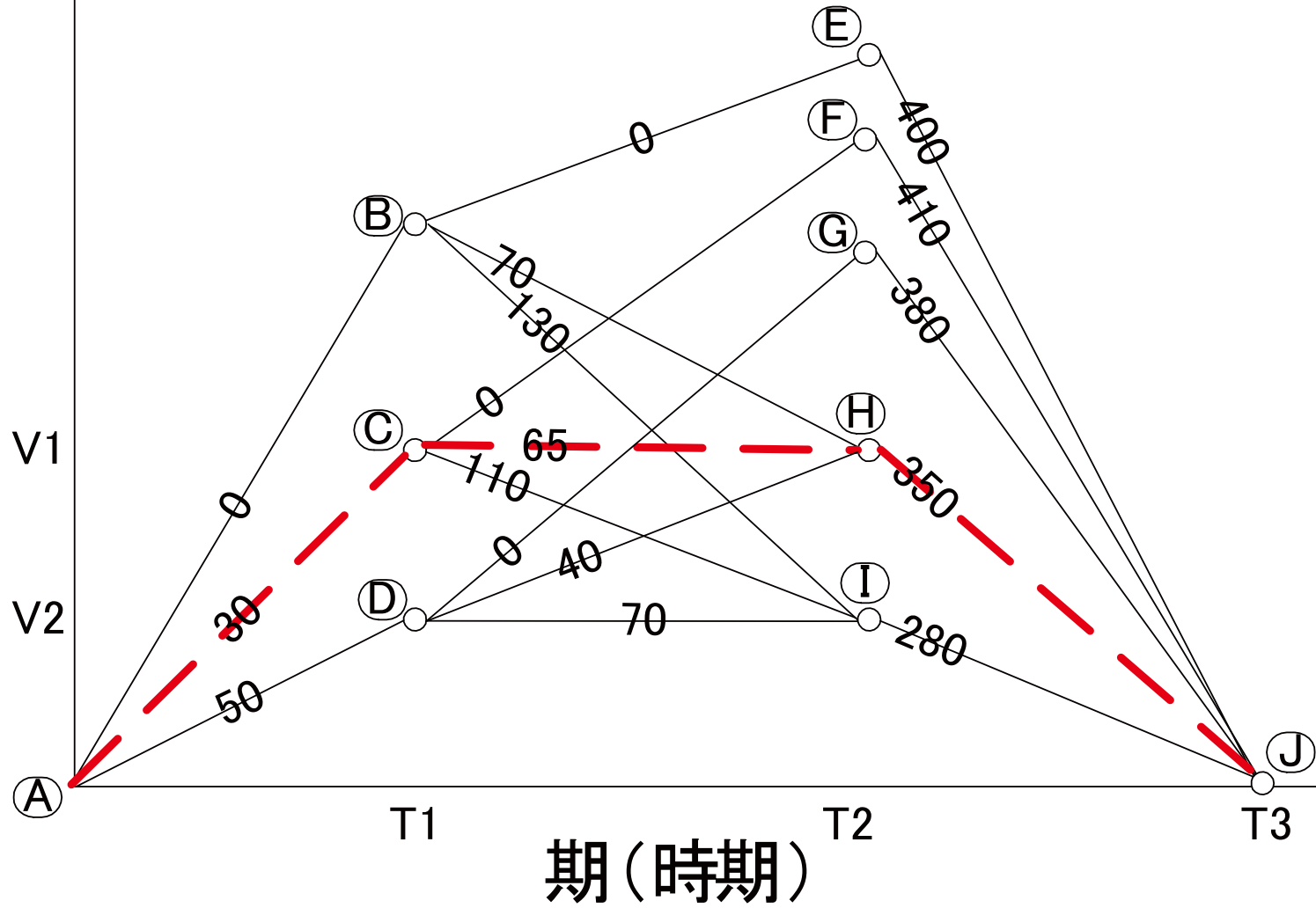
DP ネットワーク

状態 材積)



最適間伐戦略

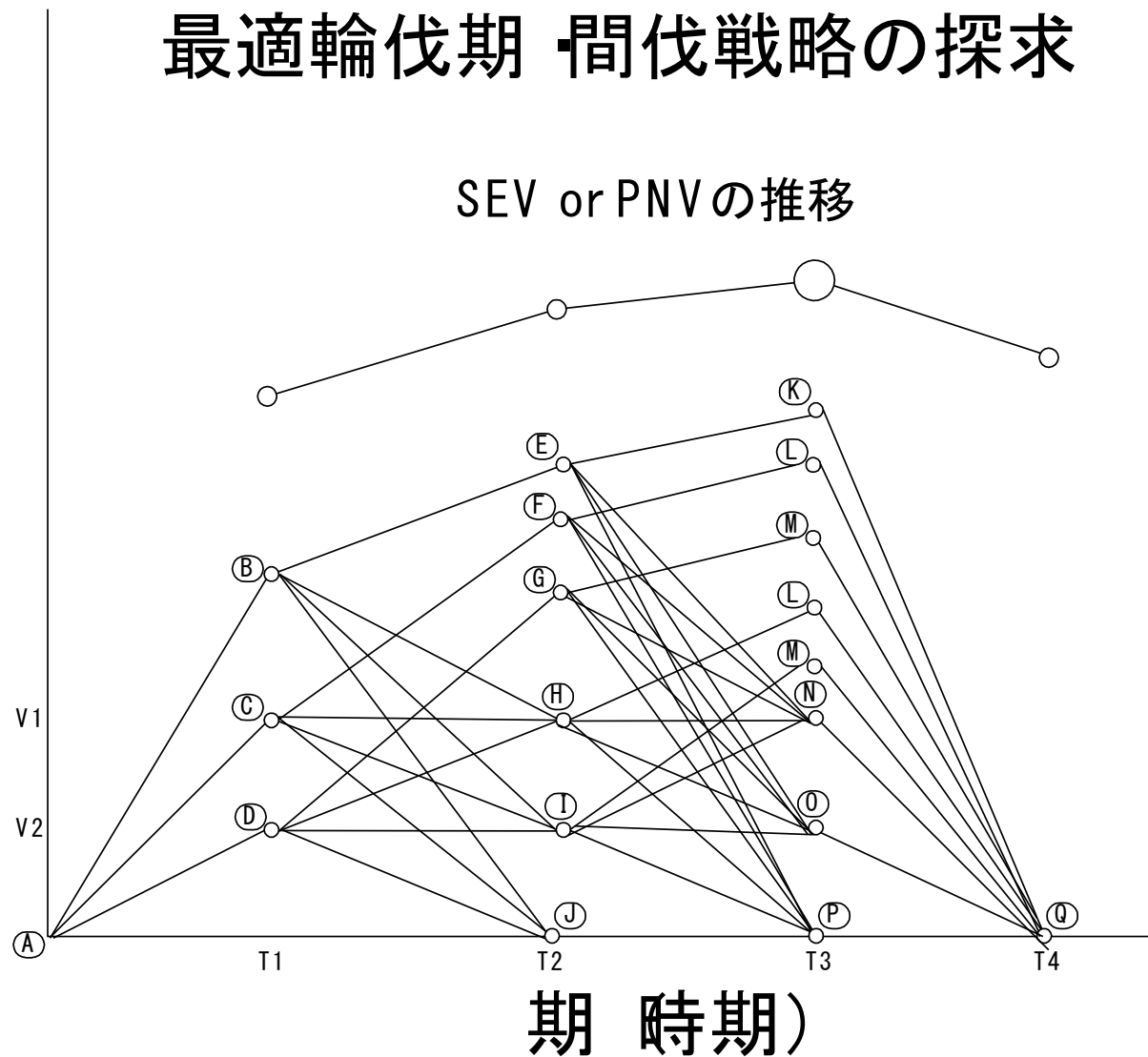
状態(材積)



$$SEV = PNV \frac{(1+r)^T}{(1+r)^T - 1}$$

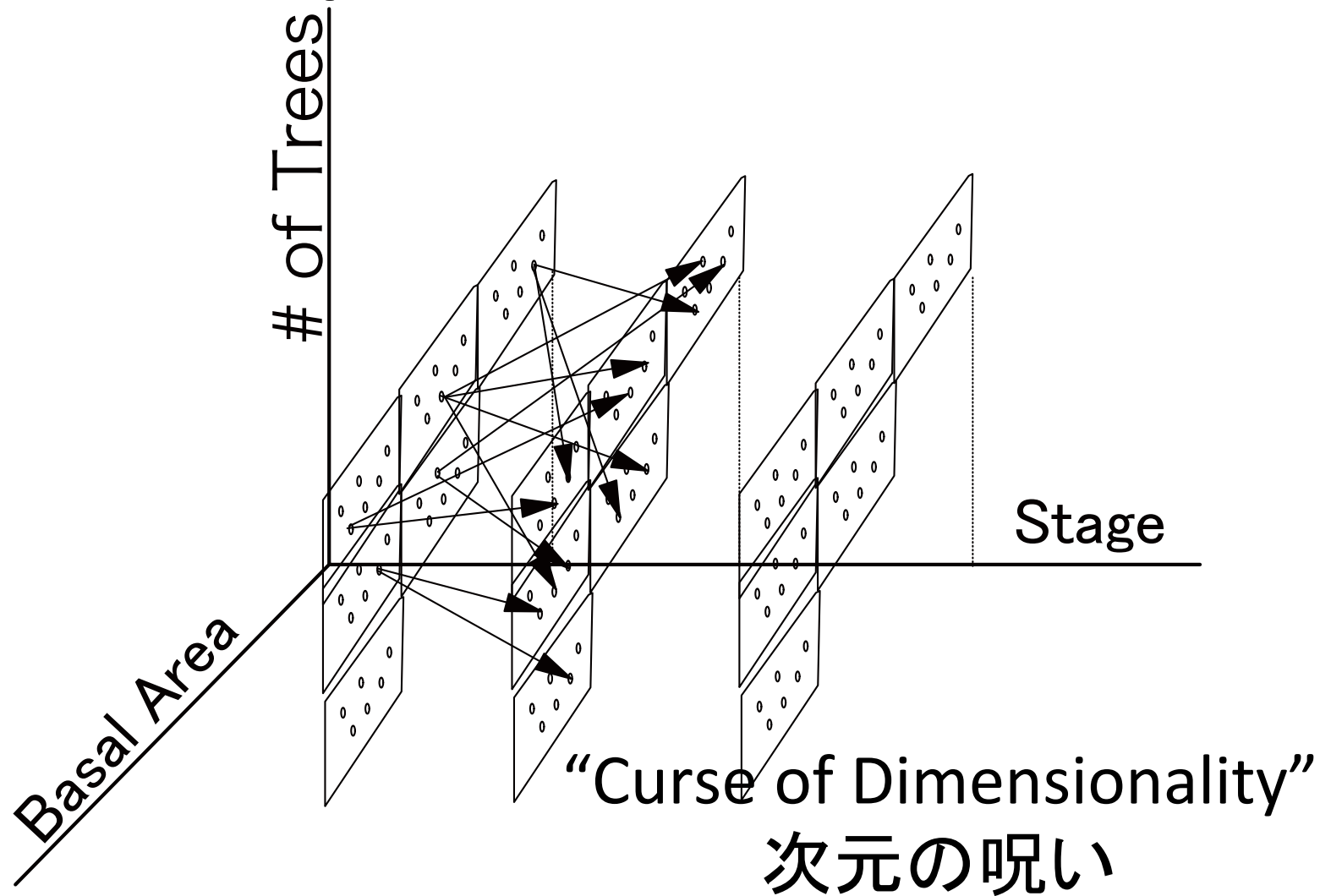
最適輪伐期 間伐戦略の探求

状態 材積)

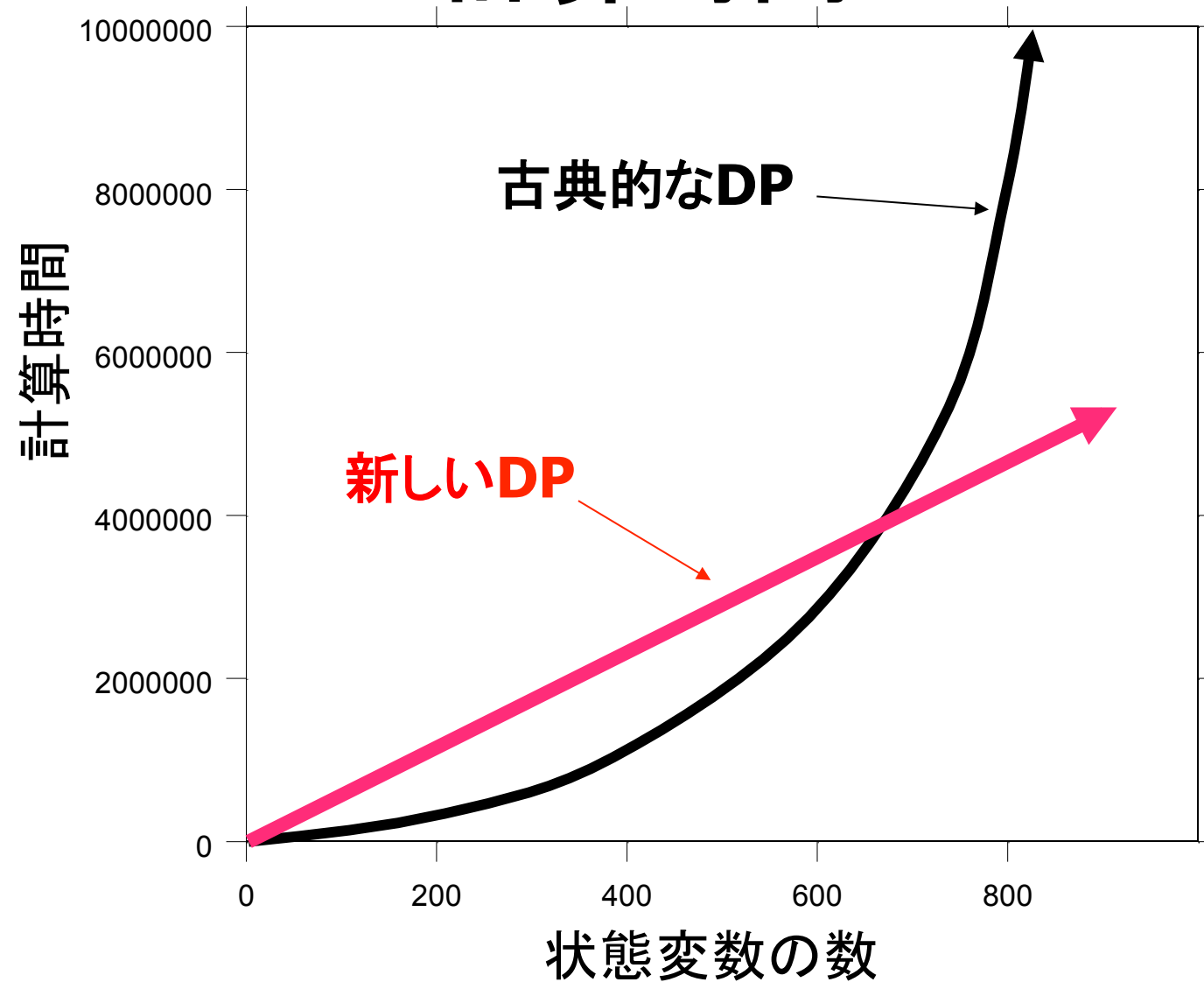


SEV or PNV

Neighborhood Storage Location Technique 成長モデルの複雑化



計算時間



変分法によるアプローチ

典型的な定式

$$\max_{\{x(t)\}} J = \int_{t_0}^{t_1} \pi(x(\tau), \dot{x}(\tau), \tau) d\tau$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$x(t_1) = x_t$$

$\pi()$: 目的関数の成長率

$x(t)$: 時間 t における状態変数

$$\max_{\{T(t)\}} J = \int_{t_0}^{t_n} \pi(x(\tau), T(\tau), \tau) d\tau$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$x(t_n) = x_n$$

$T(t)$: 時間 t における間伐強度

離散的な間伐問題への変換

$T(t)$ for $(t = t_0, t_1, \dots, t_n)$

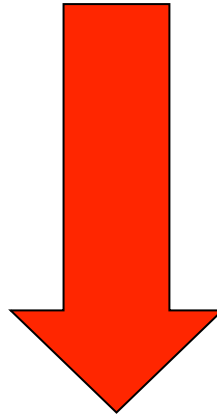
$$\max_{\{T(t_i)\}} J = \sum_{i=0}^n \int_{t_i}^{t_{i+1}} \pi(x(\tau), T(t_i), \tau) d\tau$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$x(t_n) = x_n$$

関数変換

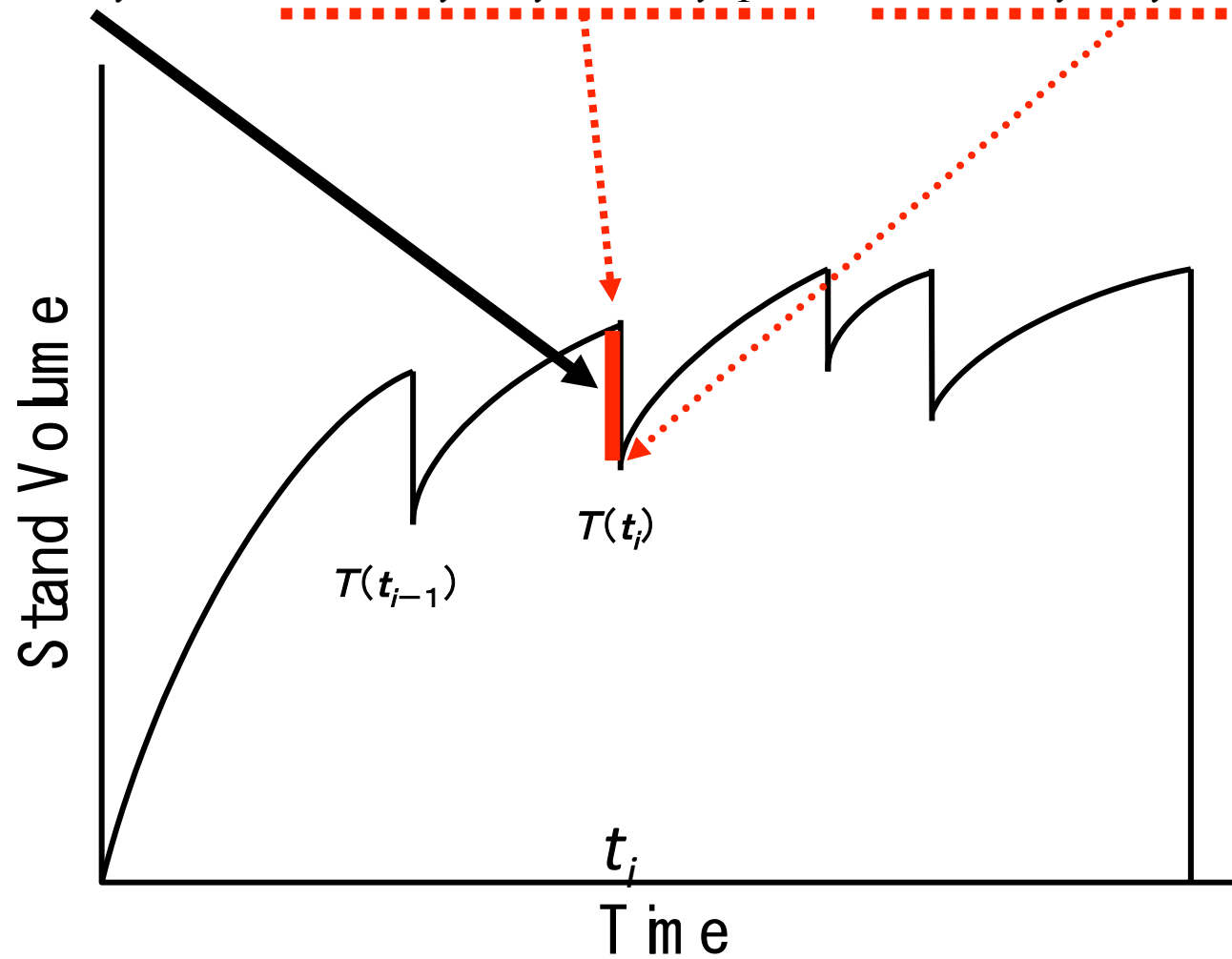
$$\Pi(x(t), t \mid T(t)) = \int_0^t \pi(x(\tau), T(\tau), \tau) d\tau$$



$$\begin{aligned} \max_{\{T(t_i)\}} J &= \sum_{i=0}^n \int_{t_i}^{t_{i+1}} \pi(x(\tau), T(t_i), \tau) d\tau \\ &= \sum_{i=0}^n \{ \underline{\Pi(x(t_{i+1}), t_{i+1} \mid T(t_{i+1}))} - \underline{\Pi(x(t_i), t_i \mid T(t_i))} \} \end{aligned}$$

間伐からの貢献

$$V(T(t_i)) = \Pi(x(t_i), t_i | T(t_{i-1})) - \Pi(x(t_i), t_i | T(t_i))$$



目的関数の基本構造

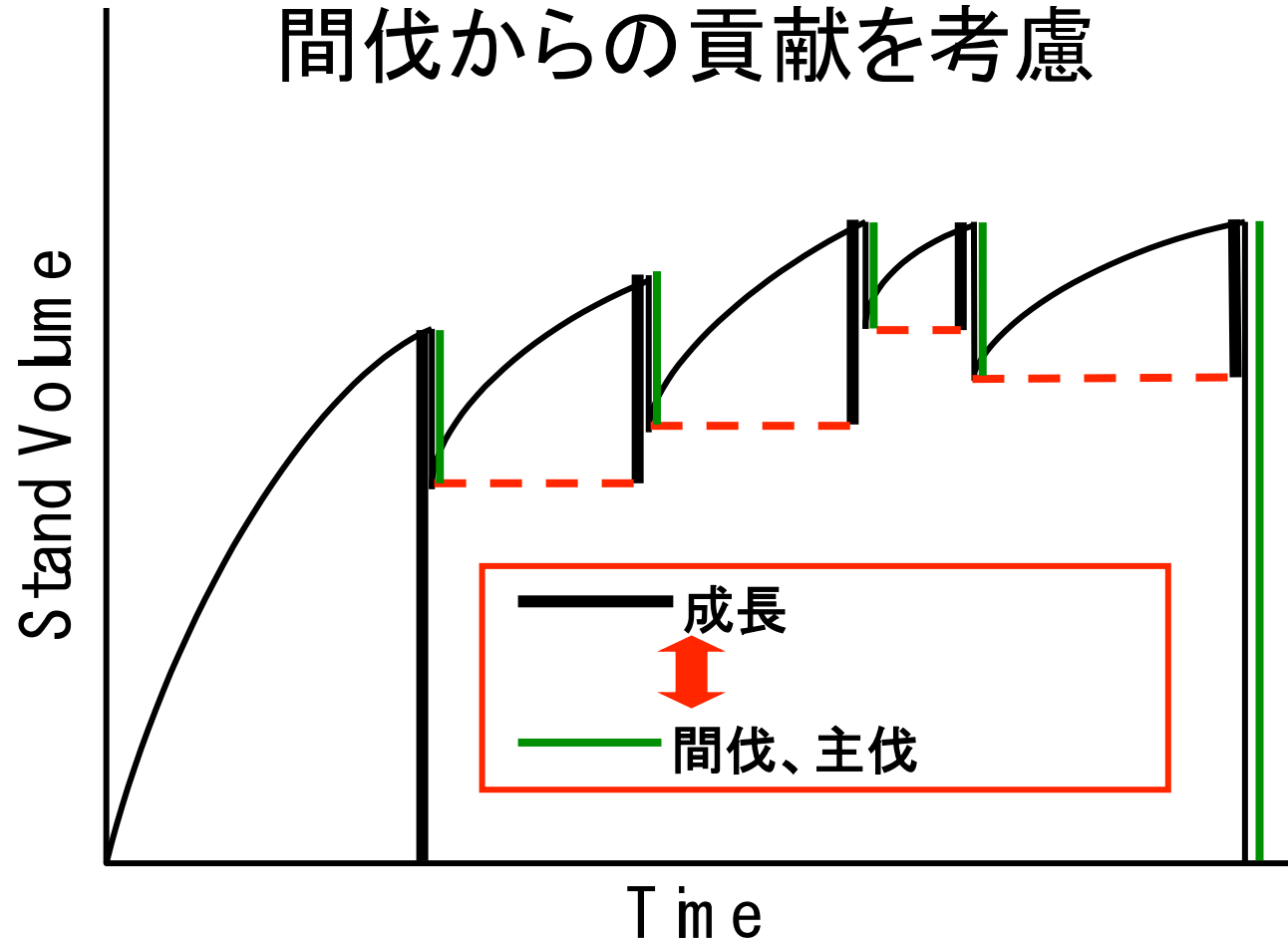
$$\begin{aligned}
 \max_{\{T(t_i)\}} J &= \sum_{i=0}^n \int_{t_i}^{t_{i+1}} \pi(x(t), T(t_i), t) dt \\
 &= \sum_{i=0}^n \{ \Pi(x(t_{i+1}), t_{i+1} | T(t_i)) - \Pi(x(t_i), t_i | T(t_i)) \} \\
 &= \sum_{i=0}^n \{ \underbrace{\Pi(x(t_{i+1}), t_{i+1} | T(t_i))}_{\text{時間 } t_i \text{ の間伐後からの貢献値}} + \underbrace{V(T(t_i))}_{\text{時間 } t_{i-1} \text{ の間伐からの貢献値}} - \underbrace{\Pi(x(t_i), t_i | T(t_{i-1}))}_{\text{時間 } t_{i-1} \text{ の間伐後からの貢献値}} \}
 \end{aligned}$$

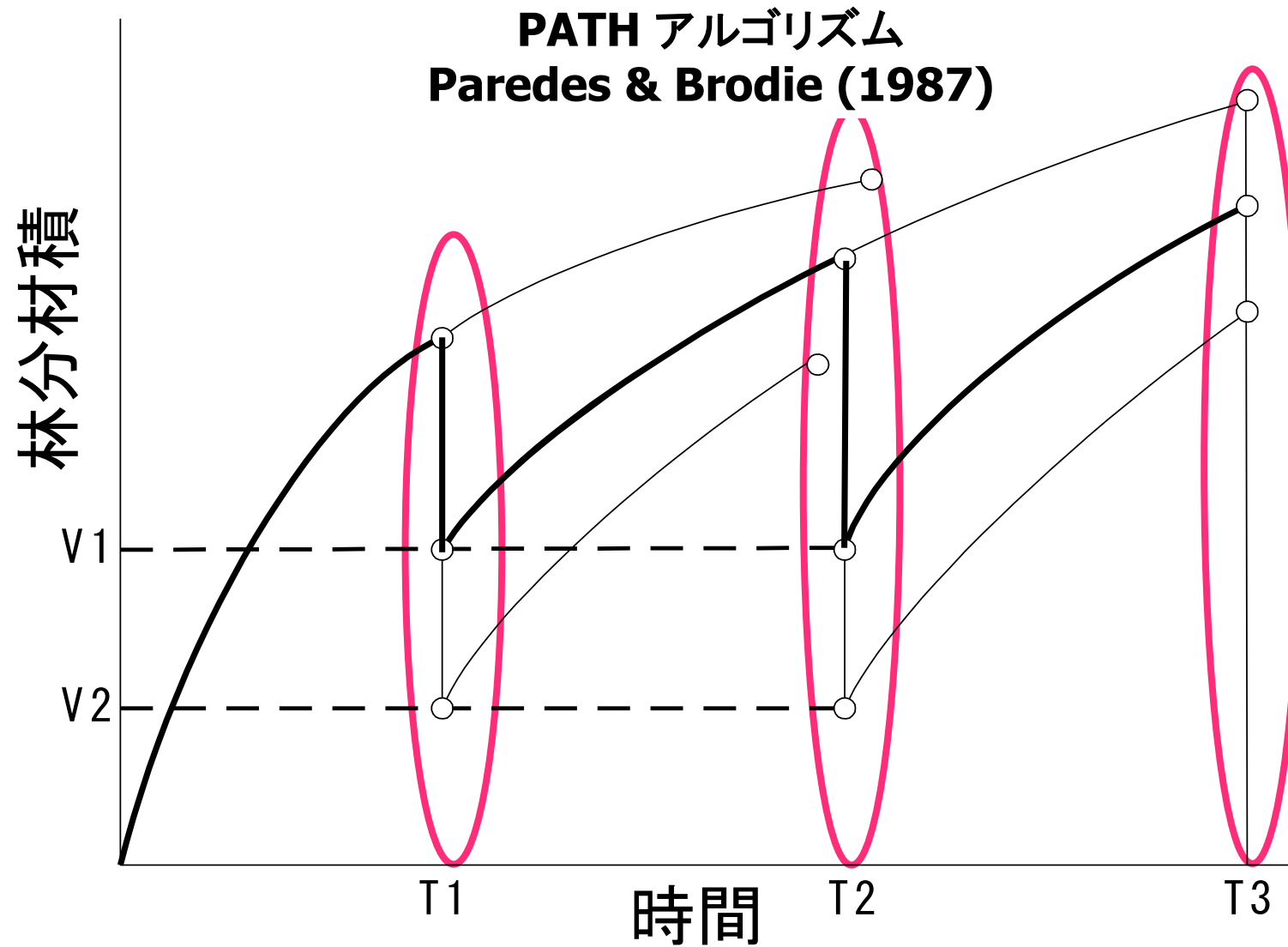
The diagram illustrates the decomposition of the objective function J into three parts. The first part, $\Pi(x(t_{i+1}), t_{i+1} | T(t_i))$, is labeled "時間 t_i の間伐後からの貢献値" (Contribution from the interval after thinning at time t_i). The second part, $V(T(t_i))$, is labeled "時間 t_{i-1} の間伐からの貢献値" (Contribution from the interval after thinning at time t_{i-1}). The third part, $\Pi(x(t_i), t_i | T(t_{i-1}))$, is labeled "時間 t_{i-1} の間伐後からの貢献値" (Contribution from the interval after thinning at time t_{i-1}). Red arrows point from the terms in the second line to their corresponding labels in the third line.

次元の呪いCurse of Dimensionality



効率的な探求アルゴリズムの探求
間伐からの貢献を考慮





PATHアルゴリズムによる探求経路
間伐は**次期の貢献値**のみ影響を与える

最適化方程式 (PATHアルゴリズム)

$$f_i^* = \max_{\{T_i\}} \{f_i(T_i)\}$$

$$f_i(T_i) = \underbrace{\Pi_i(T_i) + V(T_i)}_{\text{間伐からの貢献} + \text{次期の主伐からの貢献}} - \boxed{\Pi_{i-1}^*(T_{i-1}) + f_{i-1}^*}$$

過去の最適解

↓
間伐からの貢献 + 次期の主伐からの貢献

$T_i = T(t_i)$: i期における間伐強度

$\Pi_i(T_i) = \Pi(x(t_{i+1}), t_{i+1} \mid T(t_i))$: 主伐からの貢献値

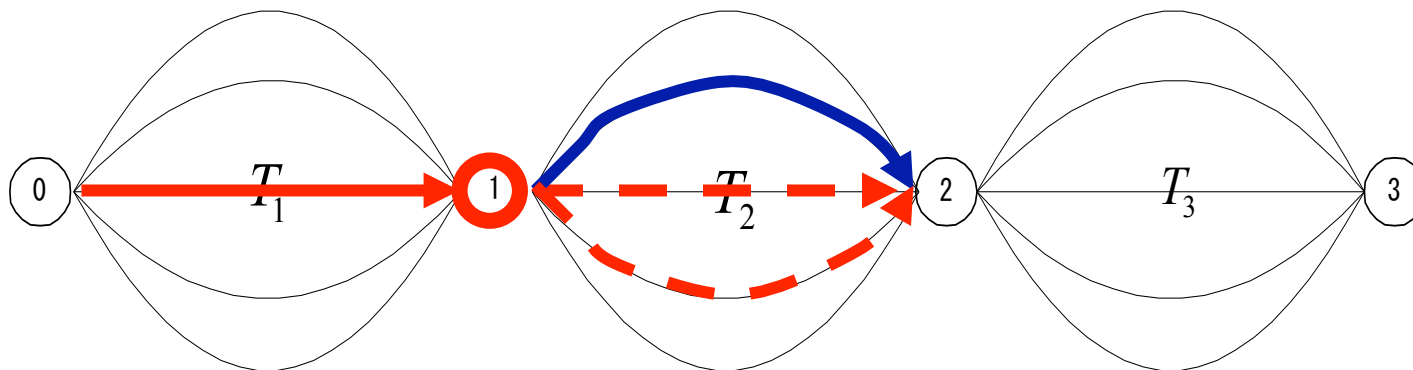
$V(T_i) = V(T(t_i))$: 間伐からの貢献値

$\Pi_i^* = \Pi_i(T_i^*)$: 主伐からの最適貢献値

f_i^* : 第i期までの最適累積値

PATHアルゴリズム DPネットワーク

主な仮定: 次期への影響のみ考慮

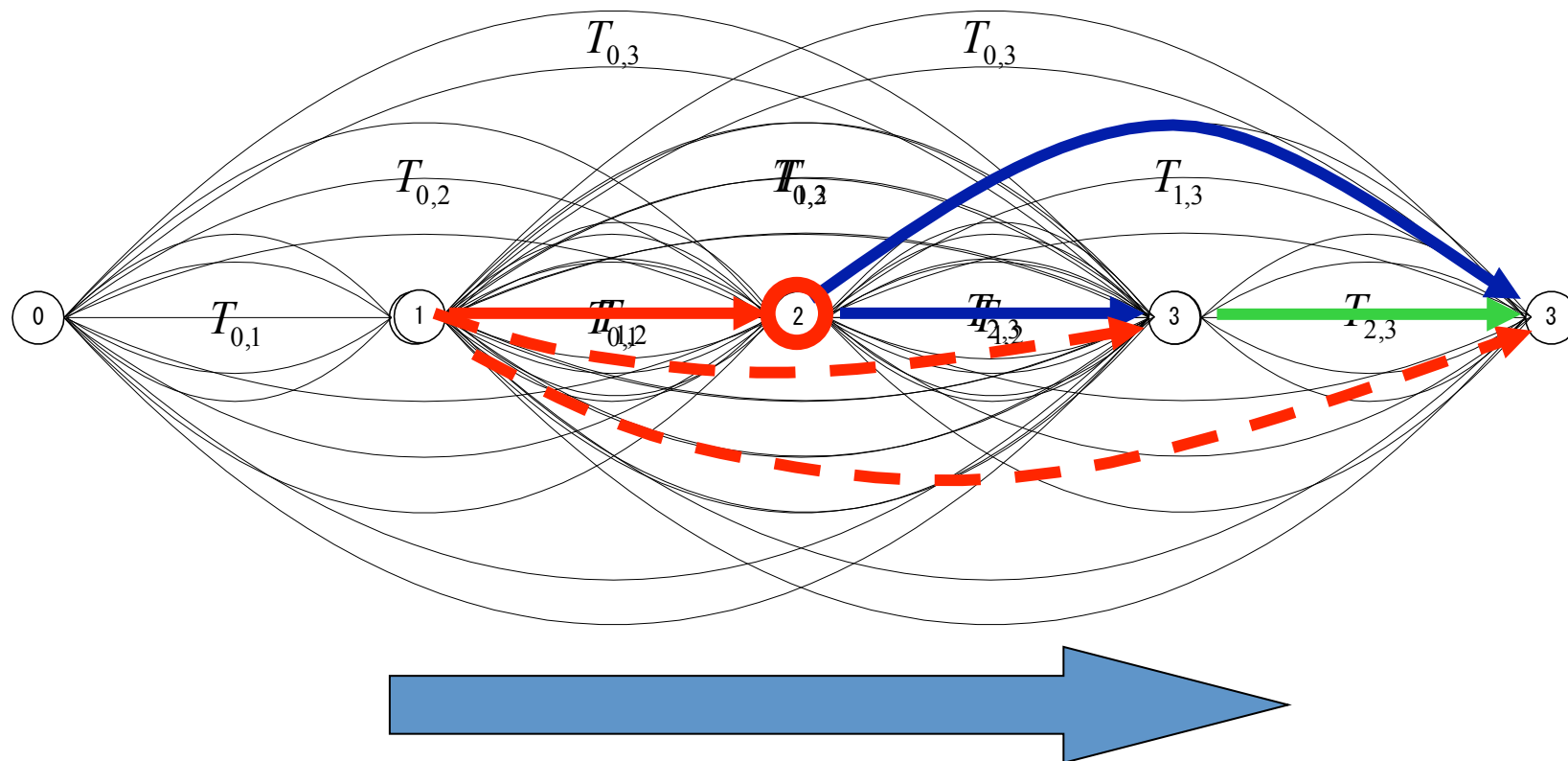


Single Stage Look-Ahead

欠点: 間伐の長期的な影響を無視

多期間への影響を考慮

MS-PATH (Multiple Stage PATH) アルゴリズムネットワーク



Multiple Stage Look-Ahead

最適化方程式 MS-PATH

$$f_i^* = \max_{\{T_{i,i-j}, j\}} \{f_{i-j}^i(T_{i,i-j})\}$$

$$f_{i-j}^i(T_{i,i-j}) = \underbrace{\Pi_i(T_{i,i-j}) + V(T_{i,i-j})}_{\text{過去的最適解}} - \Pi_{i-j}^* + f_{i-j}^*$$

間伐からの貢献 + j期後の主伐からの貢献

$T_{i,i-j}$: i期をターゲットにした(i-j)期における間伐強度

$\Pi_i(T_{i,i-j})$: i期の主伐からの貢献値

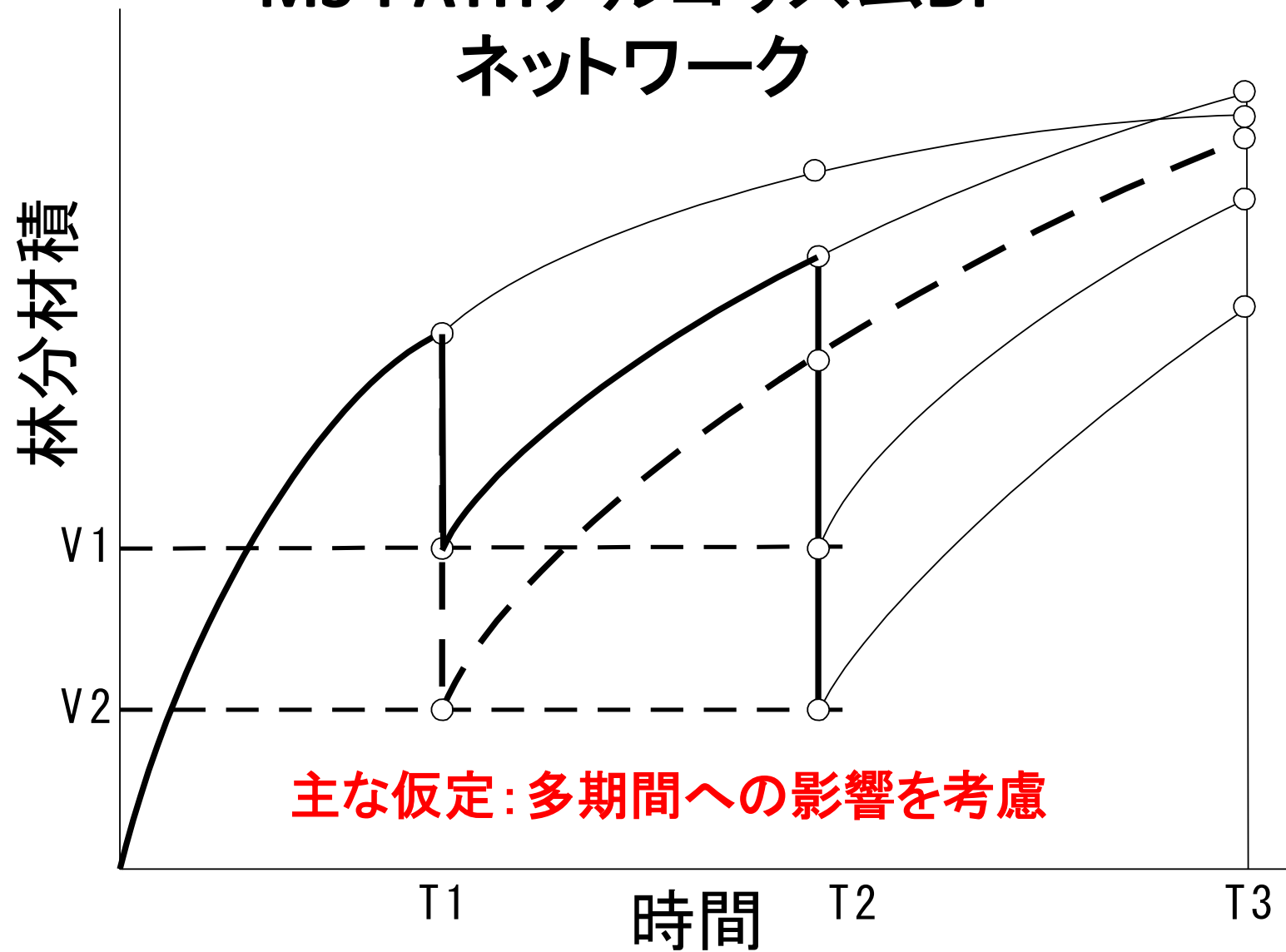
$V(T_{i,i-j})$: i期をターゲットにした(i-j)期における間伐からの貢献値

$\Pi_i^* = \Pi_i(T_{i,i-j}^*)$: i期をターゲットにした最適期間差間伐からの最適貢献値

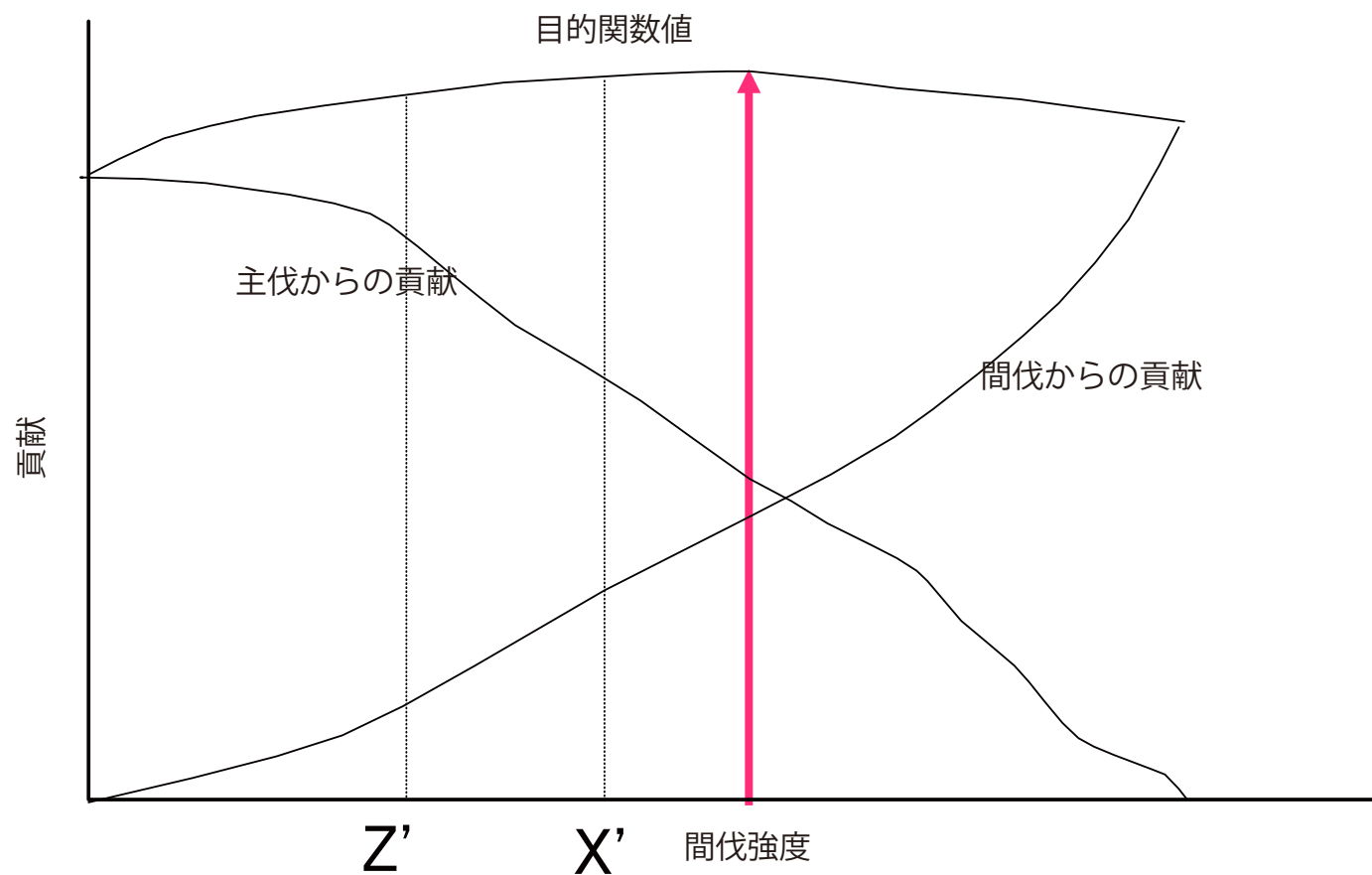
f_i^* : 第i期までの最適累積値

j : i期までの期間差

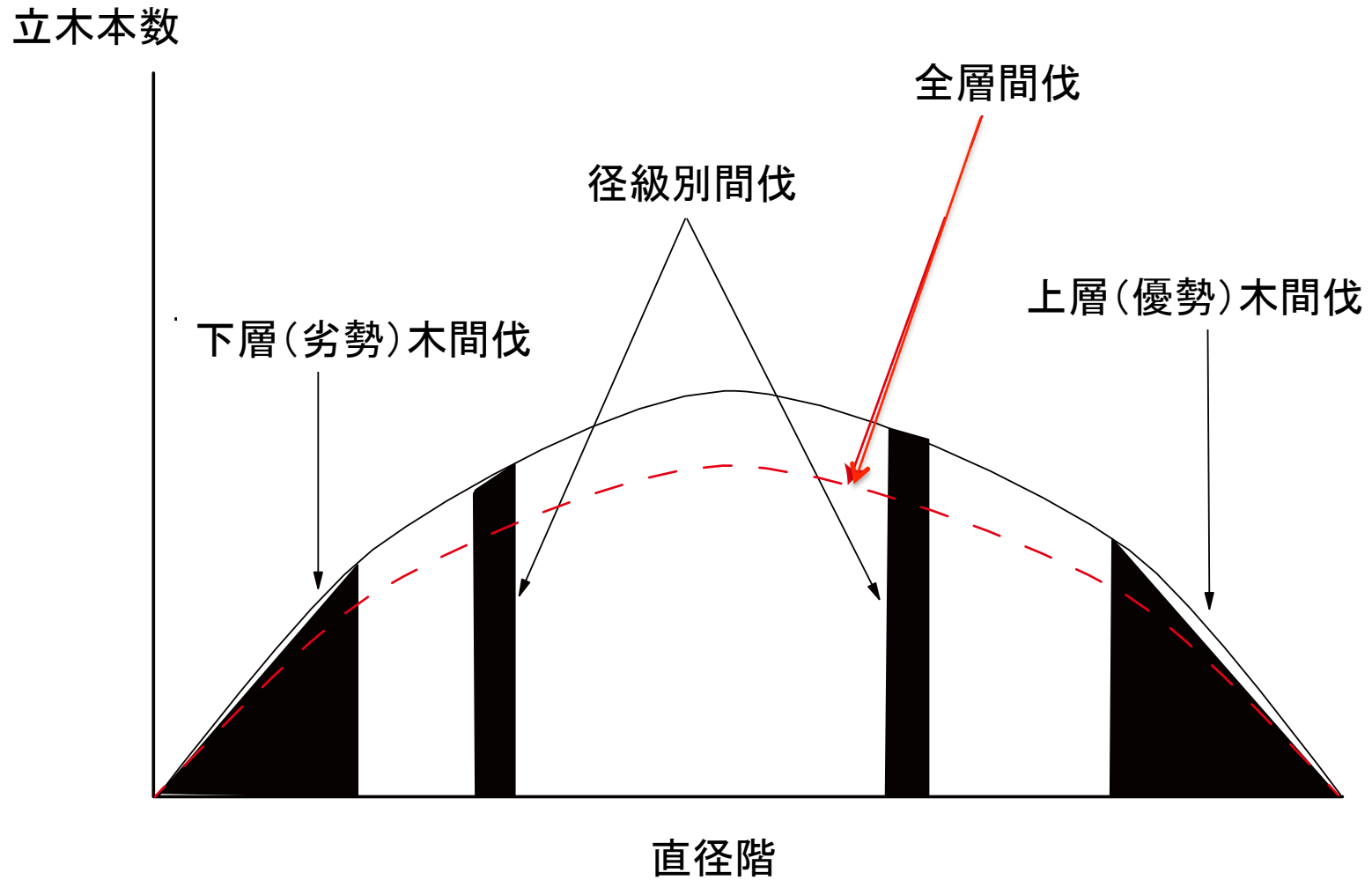
MS-PATHアルゴリズムDP ネットワーク

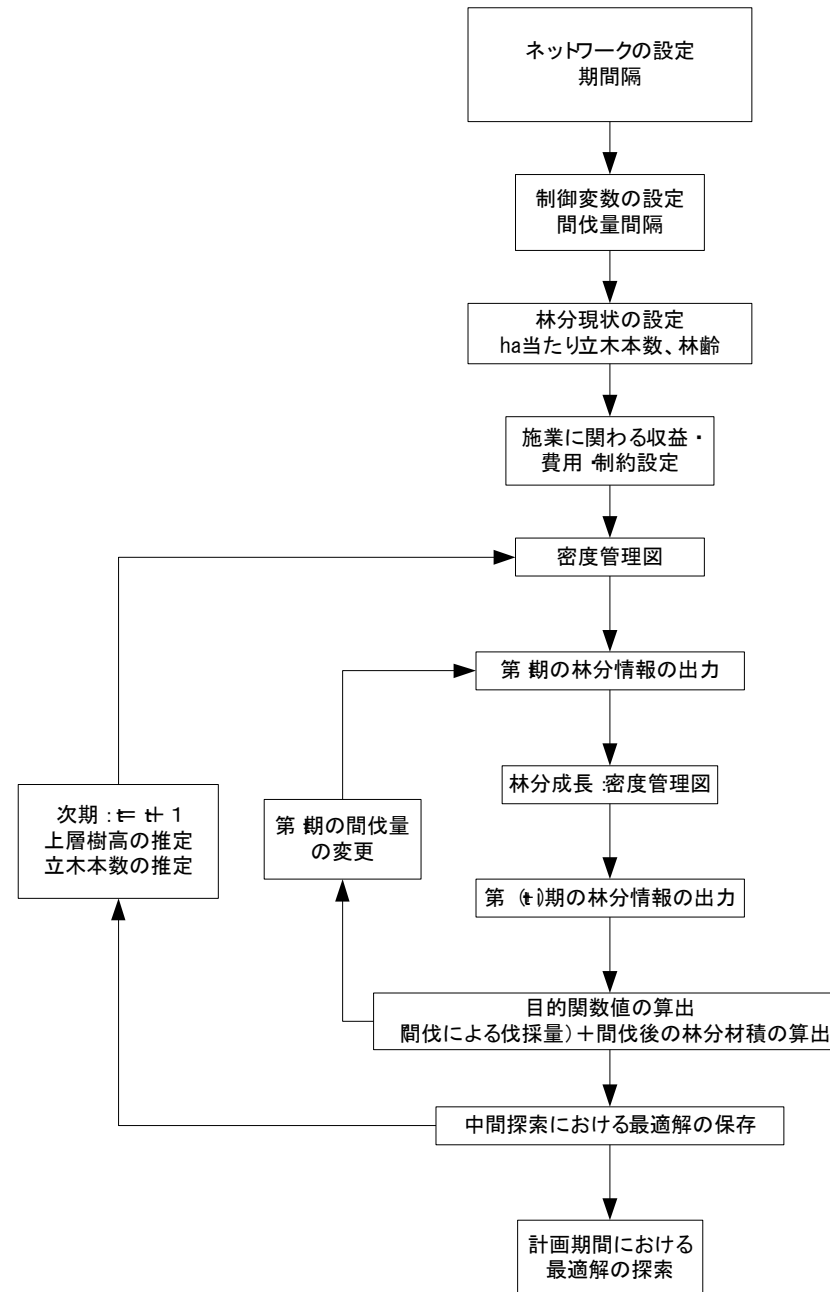


反応面分析

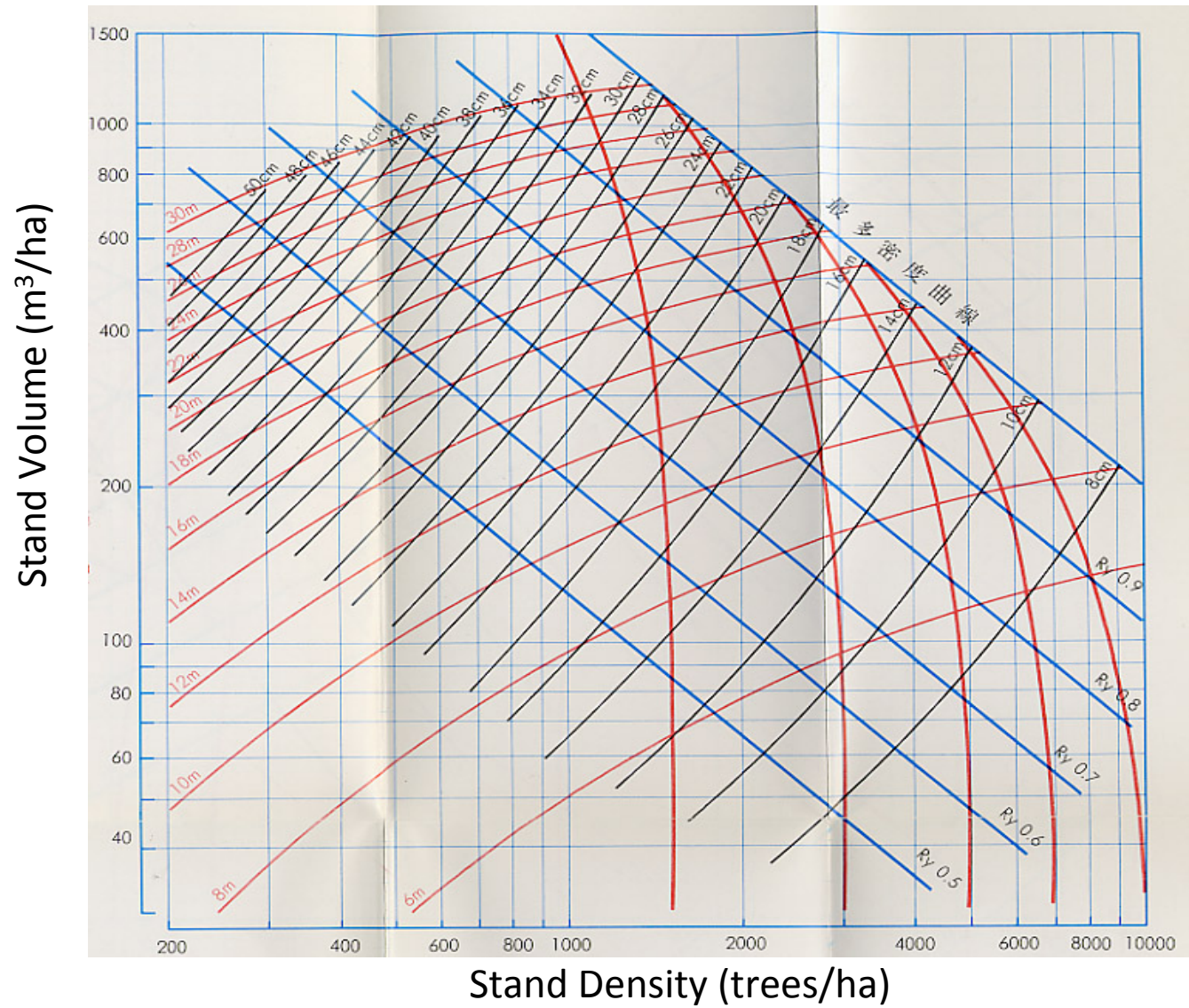


間伐の種類





成長モデル密度管理図 (Ando 1968)



上層樹高	$H = P_{13}(1 - e^{-P_{14}t})^{P_{15}}$
平均単木材積	$v = \frac{1}{0.068509N \cdot H^{-1.347464} + 2658.2 \cdot H^{-2.814651}}$
自然枯死線 植栽本数 N_0	$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} + \frac{v}{3.47089 \times 10^6 N_0^{-0.9184}}$
ha 当たり材積	$V = v \cdot N$
林分形状高	$HF = 0.791213 + 0.244012H\sqrt{N} / 100 + 0.353895H$
ha 当たり断面積	$G = \frac{V}{HF}$
断面積平均直径	$\overline{Dg} = 200\sqrt{G / (\pi \cdot N)}$
平均胸高直径	$\overline{DBH} = -0.048940 - 0.034814H\sqrt{N} / 100 + 0.98937Dg$
最多密度における ha 当たり本数	$N_{Rf} = 10^{5.3083} H^{-1.4672}$
最多密度における ha 当たり材積	$V_{Rf} = \frac{N_{Rf}}{0.068509N_{Rf} \cdot H^{-1.347464} + 2658.2H^{-2.814651}}$
収量比数	$Ry = \frac{V}{V_{Rf}}$

表－10－1 異なるパラメータ

数式	P_i	パラメータ値	
		Case 1	Case 2
1 本あたりの材積	1	0.068509	0.029
	2	1.347464	1.536
	3	2658.2	180578.500
	4	2.814651	3.813
林分形状高	5	0.791213	0.000
	6	0.244012	23612030.000
	7	0.353895	0.026
平均胸高直径	8	0.04894	0.000000
	9	0.034814	0.000
	10	0.98937	3531.884
樹高成長曲線	13	34.84329	35.501
	14	0.02996	0.026
	15	0.99917	0.896

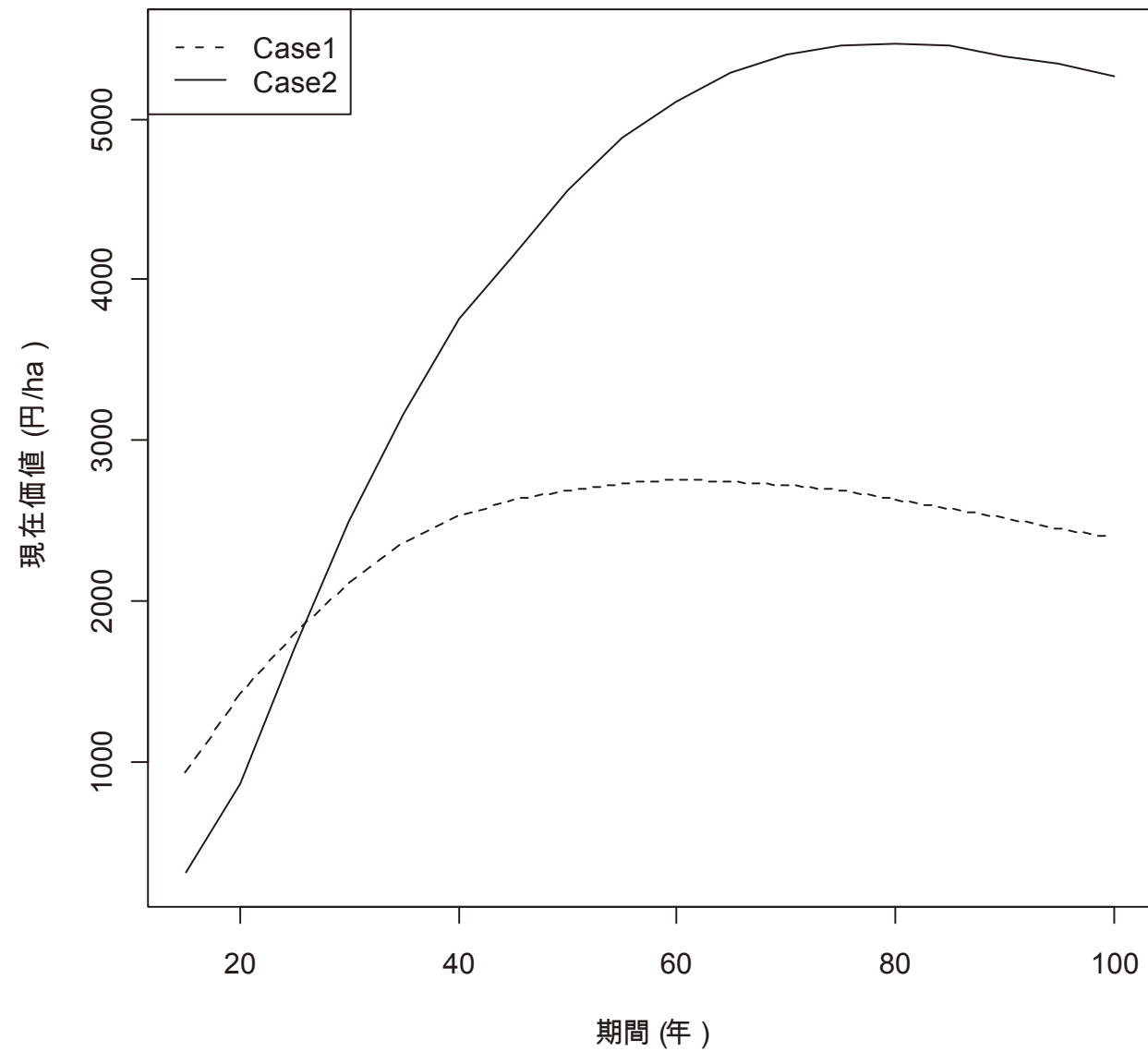
シミュレーション基本経営環境設定

A. 樹種	: スギ
B. 林齢 (年)	: 0
C. 立木本数 (/ha)	: 3,000
D. 年割引率 (%)	: 1%
E. 主伐費用(立米毎)	: 9,826円/m ³
F. 間伐費用(立米毎)	: 11,900円/m ³
G. 丸太歩留率(%)	: 65%% (立木から丸太になる割合)
H. 間伐開始可能林齢(年)	: 15年
I. 最小残存木数	: 300本
J. アルゴリズム	: MSPATHアルゴリズム
K. 間伐探索間隔	: 50本
L. 期間隔	: 5年
M. 最大計画期間	: 100年

表－10－2 丸太価格データ

胸高直径範囲 (cm)	0以上 9cm未満	9cm以上 13cm未満	13cm以上 16cm未満	16cm以上 22cm未満	22cm以上
価格 (円/m ³)	9,400	11,200	12,700	13,500	14,700

10.3.2. 最適解

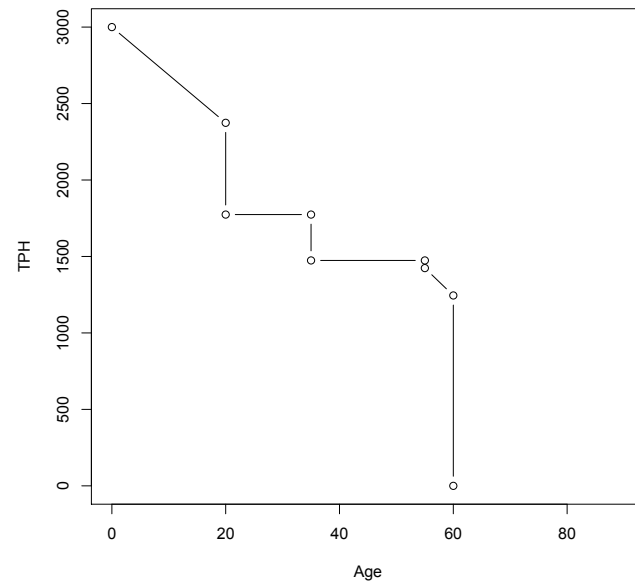


図一0一6 目的関数値の推移

表一10－3 最適間伐計画

	伐採種	伐採年	立木本数	間伐本数	収穫材積
Case 1		0	3000	0	0
	間伐	20	2374	600	32.56
	間伐	35	1774	300	28.74
	間伐	55	1474	50	6.28
	主伐	60	1245	1245	1146.11
Case 2		0	3000	0	0
	間伐	25	2195	150	35.14
	間伐	30	2045	150	49.58
	間伐	35	1895	100	43.12
	間伐	40	1795	100	53.22
	間伐	45	1695	100	63.5
	間伐	50	1595	150	112.14
	間伐	60	1445	50	46.38
	間伐	65	1395	50	50.68
	間伐	70	1345	50	54.9
	間伐	75	1295	50	59.04
	主伐	80	1245	1245	2365.16

Case 1



Case 2

